Apellido y Nombres: ....
DNI: .... Padrón: .... Código Asignatura: ....
Cursada. Cuatrimestre: .... Año: .... Profesor: ....
Correo electrónico: ....

Análisis Matemático III.

Examen Integrador. Tercera fecha. 26 de julio de 2022.

Justificar claramente todas las respuestas. La aprobación del examen requiere la correcta resolución de 3 (tres) ejercicios

Ejercicio 1. Determinar para qué valores $n \in \mathbb{N}$, la integral $\int_0^\infty \frac{x^{1/3}}{1+4x^n}\,dx$ converge y calcularla en el caso $n=2$

Ejercicio 2. Obtener u acotada que verifique:

$$\begin{cases} u_{xx}+u_{tt}=0 & 0<x<\pi,\ t>0 \\ u(0,t)=u(\pi,t)=0 & t\geqslant 0 \\ u_x(x,0)=v(x) & 0\leqslant x\leqslant \pi \end{cases}$$

sabiendo que $\int\limits_0^\pi v(x)\cos(nx)\,dx=\frac{1}{(n-1)!}$ para todo $n\in\mathbb{N}$.

Ejercicio 3. Hallar m y b para que la serie trigonométrica de Fourier de

$$f:[-2,2]\to\mathbb{R},\quad f(x)=\begin{cases} mx^2 & \text{si } -2\leqslant x\leqslant -1 \\ 2x^2+b & \text{si } -1<x\leqslant 2 \end{cases}\qquad (m,b\in\mathbb{R})$$

converja uniformemente. En tal caso, estudiar la convergencia de la serie resultante al derivar término a término la serie anterior y decir a qué función converge.

Ejercicio 4. Resolver el problema de la distribución estacionaria de temperatura $T(x,y)$ en la región $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0<x<1,\ y>0\}$ con las condiciones de contorno $T(x,0)=0$ en $0\leqslant x\leqslant 1$ y $T(0,y)=T(1,y)=f(y)$ en $y\geqslant 0$ siendo $f(y)=\begin{cases} y & \text{si } 0\leqslant y\leqslant 1 \\ e^{-(y-1)} & \text{si } y>1 \end{cases}$

Ejercicio 5. Resolver:

$$\begin{cases} 4x(t)+\int\limits_0^t x(\tau)\,y(t-\tau)d\tau=H(t) \\ \int\limits_0^t y(\tau)\,x'(t-\tau)d\tau-2x(t)=e^{2t}H(t) \end{cases}\qquad \text{con } x(0^+)=0 \quad (H(t)\text{: función de Heaviside}).$$